

MA-3111—Segundo Parcial —

1. (20 pts) Resolver la ecuación $u_{xx} + u_{yy} = 0$ en la región $0 < x < 1$, $0 < y < 1$ dado que u satisface

$$\begin{aligned}u_x(0, y) &= 0, & u_x(1, y) &= 0, \\u(x, 0) &= 0, & u(x, 1) &= -\cos^2(\pi x)\end{aligned}$$

2. (10 pts) Usando los teoremas operacionales, hallar la antitransformada de Fourier de

$$F(\omega) = \frac{\omega^3 - 1}{\omega^2 + 2\omega + 2}$$

Sugerencia: use división de polinomios.

3. (20 pts) Sea $f(x) = 1$ si $0 \leq x \leq 1$ y $f(x) = 0$ si $x > 1$. Encontrar una solución acotada a la ecuación

$$u_t = u_{xx}$$

en la región $x > 0, t > 0$ dado que u satisface

$$u_x(0, t) = 0, \quad u(x, 0) = f(x).$$

Teoremas Operacionales

$$\begin{aligned}\mathcal{F}(F(t))(\omega) &= \hat{F}(\omega) \\ \mathcal{F}(F'_{gen}(t))(\omega) &= i\omega\hat{F}(\omega) \\ \mathcal{F}(tF(t))(\omega) &= i\hat{F}'_{gen}(\omega) \\ \mathcal{F}(F(t-t_0))(\omega) &= \hat{F}(\omega)e^{-i\omega t_0} \\ \mathcal{F}(e^{i\omega_0 t}F(t))(\omega) &= \hat{F}(\omega - \omega_0) \\ \mathcal{F}(\alpha F(t) + \beta G(t))(\omega) &= \alpha\hat{F}(\omega) + \beta\hat{G}(\omega)\end{aligned}$$